

Hauptklausur SS 15

✓✓ III formale Sprache über ein Alphabet $\Sigma, \Sigma^+, \Sigma^*$

✓ II Generative Grammatik

Äquivalenz zweier Grammatiken

Grammatik v. Typ 1, 2, 3

Sprache vom Typ $i \in \{0, 1, 2, 3\}$

Chomsky-Normalform

nichtverkürzende Grammatik

nicht-deterministischer Automat

DEA formal definiert + Überföhrungsfunktion

NEA

Menge FA, REG $\leftarrow$ zusammenhängend

Def. reg Ausdruck

✓✓ III Pumping Lemma (2x)

✓✓ III Äquivalenz v. Unterscheidbarkeit v. Zuständen im DEA

Wie ist der Begriff Wort definiert?

(Mengen While, Loop, RAM, TM)

Hauptsatz Algorithmentheorie

Definition Laufzeit v. While-Programmen / RAMs / TMs

Wie sind C_A und x_A definiert? semi-Entscheidbarkeit
Aufzählbarkeit

Spezielles und Allgemeines Halteproblem

Satz von Rice (S. 107)

Polynomialzeit Reduzierbarkeit

Def. Komplexitätsklasse NP

Projektion einer Menge $B \subseteq \mathbb{N}^n \times \mathbb{N}$

Geben Sie eine L_2 Sprache an

Geben Sie eine explizit berechenbare Funktion $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ $D_f \in \text{REC}$ an!

Geben Sie einen NEA an, der $a(a+ba)^*b$ akzeptiert.

Zahl in 7-ad Darstellung

Def. Begriff Aufzählbarkeit

Sprache, die kontextsensitiv aber nicht kontextfrei ist

Sei Σ ein Alphabet und $n \geq 0$.
Definieren Sie die Mengen Σ^n und Σ^* .

$$\Sigma^n = \{w \mid w \text{ ist ein Wort über } \Sigma \text{ mit } |w| = n\} \quad \Sigma^0 = \{\varepsilon\}$$
$$\Sigma^* = \{w \mid w \text{ ist ein Wort über } \Sigma\} = \bigcup_{n \geq 0} \Sigma^n$$

Definieren Sie den Begriff generative Grammatik.

Quadrupel $G = (\Sigma, N, S, R)$

Σ endl., nicht-leere Menge (Terminale)
 N endl., nicht-leere Menge $\Sigma \cap N = \emptyset$
 $S \in N$ Startsymbol
 $R \subseteq (\Sigma \cup N)^+ \times (\Sigma \cup N)^*$ (Regelmengen)

Geben Sie das Pumping Lemma für kontextfreie Sprachen an.

Jedes Wort $z \in L$ mit $|z| \geq n$ lässt sich zerlegen in
 $z = uvwxy$, sodass $vx \neq \varepsilon$, $|vwx| \leq n$ und $\forall i \geq 0 \, uv^iwx^iy \in L$

Geben Sie das Pumping Lemma für reguläre Sprachen an.

Jedes Wort $w \in L$ mit $|w| \geq n$ lässt sich zerlegen in
 $w = xyz$, sodass $y \neq \varepsilon$, $|xy| \leq n$ und $\forall i \geq 0 \, x^iy^iz \in L$

Definieren Sie induktiv die Unterscheidbarkeit v. Zuständen (DEA)

Sei $A = (\Sigma, Z, \delta, z_0, F)$

(IA) $z_1 \in F \Leftrightarrow z_2 \notin F$, so sind z_1 und z_2 unterschiedbar

(IS) Sind $a \in \Sigma$, $\delta(z_1, a) = z_1'$, $\delta(z_2, a) = z_2'$, sowie z_1' und z_2' unterschiedbare Zustände, so sind auch z_1 und z_2 unterschiedbar

Äquivalenz von Zuständen im DEA

$A = \text{Quintupel } z_1, z_2 \in Z$

$\delta(z_1, w) \in F \Leftrightarrow \delta(z_2, w) \in F$ gilt für alle $w \in \Sigma^*$

Definieren Sie den Begriff Aufzählbarkeit

$A \subseteq \mathbb{N}^n$ mit $n \geq 0$ heißt aufzählbar $\Leftrightarrow A = \emptyset$ oder es gibt ein berechenbares, totales $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}^n$ mit $W_f = A$

Definieren Sie den Begriff Entscheidbarkeit

$n \geq 0$, $A \subseteq \mathbb{N}^n$ heißt entscheidbar $\Leftrightarrow \chi_A$ ist berechenbar

Definieren Sie den Begriff Semientscheidbarkeit

$n \geq 0$, $A \subseteq \mathbb{N}^n$ heißt semientscheidbar $\Leftrightarrow \chi_A$ ist berechenbar

Allgemeines Halteproblem

$K = \{ (x, y) \mid M_x \text{ hält auf Eingabe } y \}$

Spezielles Halteproblem

$K_0 = \{ x \mid M_x \text{ hält auf Eingabe } x \}$

Hauptsatz d. Algorithmentheorie

$RAM = WHILE = MINIWHILE = TM$

Geben Sie den Satz von Rice an!

Sei $n \geq 0$. Ist $S \neq \emptyset$ eine echte Teilmenge der berechenbaren Funktionen $\mathbb{N}^n \rightarrow \mathbb{N}$, so ist folgende Menge unentscheidbar.

$I(S) = \{ i \in \mathbb{N} \mid \text{die von } M_i \text{ berechnete Funktion } \mathbb{N}^n \rightarrow \mathbb{N} \text{ liegt in } S \}$

Definieren Sie Polynomialzeit-Reduzierbarkeit

Seien $A \subseteq \mathbb{N}^m$ und $B \subseteq \mathbb{N}^n$

• A ist auf B in Polynomialzeit reduzierbar: $A \leq B \Leftrightarrow \exists f \in FP \text{ mit } f: \mathbb{N}^m \rightarrow \mathbb{N}^n \text{ und } \forall x \in \mathbb{N}^m [x \in A \Leftrightarrow f(x) \in B]$

• A und B sind polynomialzeitäquivalent: $A \equiv B \Leftrightarrow A \leq B \text{ und } B \leq A$

Definieren Sie die Komplexitätsklasse NP!

$$NP = \{A \mid A \subseteq \mathbb{N}^n \text{ und es gibt ein Polynom } p \text{ und eine Menge } B \in P \text{ mit } x \in A \Leftrightarrow \exists y (|y| \leq p(|x|) \wedge (x, y) \in B)\}$$

Definieren Sie die Projektion einer Menge $B \subseteq \mathbb{N}^n \times \mathbb{N}$

$$Pr(B) = \{x \in \mathbb{N}^n \mid \exists y \in \mathbb{N} [(x, y) \in B]\}$$

Schnelle Suche mit DEAs

6.2

T2.3

Potenzmengenkonstruktion

6.3b

T2.4

Konstruktion f. DEAs/NEAs

komplement $\bar{L}$
Vereinigung $\cup$
(Differenz)

Schnitt $\cap$
Iteration L^*
Kontextsensitiv

6.1_(a), 6.3_(a), 7.3, 9.1

T2.5a

WS 13.2a, SS15 2a, WS10 2a, WS10 2d_(a), (Pk15 2a)

Umwandlung zw. endl. Automaten & reg. Ausdrücken

7.1, 7.2, (8.2), T2.6

NEA $\rightarrow$ REG ^{kann ich nicht}

REG $\rightarrow$ NEA $\checkmark$ ja

PK10 2b, WS10 2c, Pk15 2b

Anwendung des Pumping-Lemmas für REG

7.4

T2.7

Äquivalenztest für DEAs

8.2, (8.4)

T2.10

Minimierung von DEAs

8.3, (8.4)

T2.8

WS 13 2b, WS10 2b

Umrechnung zw. reg. Sprachen und Sprachen vom Typ 3
Ausdr. / Gramm.

T3.4[?], T3.5[?]

Umwandlung einer kontextfreien Grammatik in Chomsky-Normalform

9.3

T3.6

PK 10 2a

Anwendung des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen

9.4, 10.7.1

T3.7

Umwandlung einer nichtverkürzenden Grammatik in eine kontextsensitive Gr.

~~10.2[?]~~ 10.3a

~~T3.4[?], T3.5[?], T3.10~~

SS 15 2b

Nachweis, dass eine gegebene Menge in P bzw. NP liegt

(10.3)

T4.1, T4.2

Nachweis der Polynomialzeit-Reduzierbarkeit zw. gegebenen Mengen

11.4

(Aufzählbarkeit und Entscheidbarkeit v. Mengen)

5.2, 5.3, 5.2.2, 8.1

T1.8cd, T1.9

SS 15 2d

Keller Automat 2.
10.1
T3.9